

## Colectivo GraCa

*Sitio web mantenido por Maicoliv desde el 25 de enero de 2009*

Investigando como verdaderos matemáticos.

Demostrando propiedades de los determinantes. Nivel 1.

Demuestra los siguientes teoremas.

Teorema 1.

Sea  $A \in M_{2 \times 2}$  cualquiera. Entonces:

$$|A| = 0 \Leftrightarrow \text{rango}(A) < 2$$

Teorema 2.

Sean  $A \in M_{2 \times 2}$  cualquiera y  $A'$  su traspuesta. Entonces:

$$|A| = |A'|$$

Teorema 3.

Sean  $A \in M_{2 \times 2}$  cualquiera y  $B$  la matriz que resulta de intercambiar en  $A$  sus dos filas (o columnas). Entonces:

$$|B| = -|A|$$

Teorema 4.

$$\forall A, B \in M_{2 \times 2} \Rightarrow |A \cdot B| = |A| \cdot |B|$$

Teorema 5.

Sean  $A \in M_{2 \times 2}$  cualquiera y  $B$  la matriz que resulta de multiplicar una línea cualquiera de  $A$  por cualquier  $\lambda \in \mathfrak{R}$ . Entonces:

$$|B| = \lambda \cdot |A|$$

Teorema 6.

Sean  $A \in M_{2 \times 2}$  cualquiera y  $B$  la matriz que resulta de sustituir en  $A$  cualquier fila (o columna) por la suma de sus dos filas (o columnas).

Entonces:

$$|B| = |A|$$

Teorema 7.

Sean  $A \in M_{2 \times 2}$  cualquiera y  $B$  la matriz que resulta de sustituir en  $A$  cualquier fila (o columna) por cualquier combinación lineal de sus dos filas (o columnas) en la que intervenga la fila sustituida. Entonces:

$$|B| = |A|$$

Teorema 8.

Sea  $A \in M_{2 \times 2}$  cualquiera. Entonces:

$$|A| = |A|^n, \forall n \in \mathbb{N}$$

Teorema 9.

Sean:

$A \in M_{2 \times 2}$  cualquiera,  
 $B \in M_{2 \times 2}$  una matriz con una fila (o columna) nula y  
 $C$  la matriz que resulta de sustituir en  $B$  la fila (o columna) nula por su correspondiente en  $A$ .

Entonces:

$$|A + B| = |A| + |C|$$

Teorema 10.

Sea  $A \in M_{2 \times 3}$  cualquiera. Entonces:

$\text{rango}(A) = 2 \Leftrightarrow$  Existe un menor de orden 2 no nulo en  $A$