DPTO. DE MATEMÁTICAS - IES ANTONIO DE ULLOA.

# Problemas de Análisis Matemático.

## Matemáticas aplicadas a las CCSS II.

**Prof. D. Miguel Ángel García Hoyo**

**Actualizado el 23/09/2015**

El documento recoge la colección de problemas de Análisis Matemático propuestos en las pruebas de acceso a la Universidad en las últimas convocatorias de las mismas. Éste documento se actualiza frecuentemente para incluir los problemas propuestos en nuevas y antiguas convocatorias de todos los distritos universitarios.

# Contenido

# PAU 2015.

## Andalucía. Junio.

**EJERCICIO 2 (A)**

a) (1'5 puntos) Calcule la derivada de cada una de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{3\cdot \ln(x)}{x^3}, \qquad g(x) = (1-x^2)\cdot(x^3-1)^2, \qquad h(x) = 3x^2 - 7x + \frac{1}{e^{2x}}$$

b) (1 punto) Halle las asíntotas de la función $p(x) = \dfrac{7x}{3x - 12}$

**EJERCICIO 2 (B)**

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si} \quad 0 \le x \le 2 \\ \dfrac{8x + a}{x - 1} & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$

a) (1 punto) Determine el valor de a para que la función sea continua.
b) (0'75 puntos) ¿Para a = -10, es creciente la función en x = 3?
c) (0'75 puntos) Halle sus asíntotas para a = -10.

## Aragón. Septiembre.

**2.** *(3,5 puntos)* Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{bx+3}{1-x} & \text{si } x \in (-\infty, 0] \\ x+3 & \text{si } x \in (0,3] \\ \dfrac{ax+3}{x^2+1} & \text{si } x \in (3, +\infty) \end{cases}$$

**a)** *(1 punto)* Calcular $a$ para que la función sea continua en $x = 3$.

**b)** *(1,5 puntos)* Calcular $b$ para que la función sea derivable en $x = 0$.

**c)** *(1 punto)* Calcular:

$$\int_1^2 \left(\frac{3}{x} + e^{5x} + 8x\right) dx$$

**2.** *(3,5 puntos)* Sea la función:

$$f(x) = \frac{2x+5}{x^2-4}$$

Calcular:

**a)** *(0,5 puntos)* Su dominio.

**b)** *(1 punto)* ¿Para qué valores de $x$ es $f(x)$ mayor que 0?

**c)** *(1,25 puntos)* Sus máximos y mínimos relativos, si existen.

**d)** *(0,75 puntos)* Sus asíntotas verticales, horizontales y oblicuas, si existen.

# Aragón. Junio.

**2.** *(3,5 puntos)*

**a)** *(1,25 puntos)* Dada la función:

$$f(x) = 3x^3 + 2x^2 + ax + 3$$

calcular, si existe, el valor de $a$ de forma que tenga un mínimo relativo en $x = 2$.

**b)** *(1 punto)* Calcular:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 3}}{2x + 5}$$

**c)** *(1,25 puntos)* Calcular:

$$\int_1^2 \left( x^2 + 3x + \frac{6}{x} - \frac{2}{x^2} \right) dx$$

**2.** *(3,5 puntos)*

**a)** *(2,5 puntos)* Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x \in (-\infty, 0) \\ \dfrac{x+3}{2x+3} & \text{si } x \in [0, 2) \\ \dfrac{2x+1}{x^2+12} & \text{si } x \in [2, +\infty) \end{cases}$$

**a.1)** *(0,75 puntos)* Estudiar la continuidad de $f$.

**a.2)** *(1,75 puntos)* Calcular el máximo valor que toma $f$ para $x \in [4, 6]$.

**b)** *(1 punto)* Calcular:

$$\lim_{x \to +\infty} \left( \sqrt{9x^2 + 4x + 1} - 3x \right)$$

# PAU 2014.

## Andalucía. Modelo 1.

**EJERCICIO 2 (A)**
Sea la función $f(x) = -2x^3 + a\cdot e^{-x} + b\cdot x - 1$.
a) (1'5 puntos) Halle los valores de *a* y *b* sabiendo que la función tiene un mínimo en $x = 0$ y que la gráfica de la función pasa por el punto (0, 0).
b) (1 punto) Para $a = 0$ y $b = 1$, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = -1$.

**EJERCICIO 2 (B)**

(2'5 puntos) Sea la función *f*, definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 5 & \text{si} \quad x < 0 \\ -x^2 + b & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$.

Determine los valores que han de tomar *a* y *b* para que la función *f* sea derivable en $x = 0$.

## Andalucía. Modelo 2.

**EJERCICIO 2 (A)**

Sea la función dada por $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax & \text{si} \quad x \leq 2 \\ \dfrac{x+b}{x-1} & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$.

a) (1'5 puntos) Determine los valores de a y b, sabiendo que dicha función es derivable.
b) (1 punto) Para $a = 2$ y $b = 3$, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = 1$.

**EJERCICIO 2 (B)**
El porcentaje de personas que sintonizan un programa de radio que se emite entre las 6 y las 12 horas viene dado, según la hora t, mediante la función
$S(t) = 660 - 231t + 27t^2 - t^3$, $6 \leq t \leq 12$.
a) (0'5 puntos) ¿Qué porcentaje de personas sintonizan el programa al comenzar la emisión? ¿Y al cierre?
b) (2 puntos) ¿A qué hora tiene máxima y mínima audiencia? ¿Qué porcentaje de personas sintonizan el programa a dichas horas?

## Andalucía. Modelo 3.

**EJERCICIO 2 (A)**
Sea la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$.
a) (1 punto) Estudie la monotonía de f y halle los extremos relativos que posea.
b) (0'75 puntos) Estudie su curvatura y calcule su punto de inflexión.
c) (0'75 puntos) Represente la gráfica de la función f.

**EJERCICIO 2 (B)**

Sea la función $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ \dfrac{4}{x} & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$.

a) (1'5 puntos) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función en su dominio
b) (0'5 puntos) Determine sus asíntotas, en caso de que existan.
c) (0'5 puntos) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$.

## Andalucía. Modelo 4. Junio.

**EJERCICIO 2 (A)**

La función de beneficios f, en miles de euros, de una empresa depende de la cantidad invertida x, en miles de euros, en un determinado proyecto de innovación y viene dada por $f(x) = -2x^2 + 36x + 138$, $x \geq 0$.
a) (1 punto) Determine la inversión que maximiza el beneficio de la empresa y calcule dicho beneficio óptimo.
b) (0'5 puntos) Calcule $f'(7)$ e interprete el signo del resultado.
b) (1 punto) Dibuje la función de beneficios $f(x)$. ¿Para qué valor o valores de la inversión, x, el beneficio es de 138 mil euros?

**EJERCICIO 2 (B)**

Sea la función f definida por $f(x) = \begin{cases} -bx^2 - bx + a & \text{si} \quad x \leq 2 \\ \dfrac{60}{x} & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$

a) (1'5 puntos) Obtenga los valores de a y b para que la función sea continua y derivable.

b) (1 punto) Para $a = 48$ y $b = 3$, estudie la monotonía de $f(x)$ y calcule sus extremos.

## Andalucía. Modelo 5.

**EJERCICIO 2 (A)**

(2'5 puntos) Sean las funciones $f(x) = (2x^2 - 1)^3 \cdot \ln(x^4)$ y $g(x) = \dfrac{e^{-2x + x^2}}{x^2 + 1}$

Determine el valor de $f'(-1)$ y $g'(0)$.

**EJERCICIO 2 (B)**

(2'5 puntos) Represente gráficamente la función $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x$, estudiando previamente su dominio, puntos de corte con los ejes, intervalos de monotonía, extremos, intervalos de concavidad y convexidad y puntos de inflexión.

## Andalucía. Modelo 6. Septiembre.

**EJERCICIO 2 (A)**

Una empresa ha realizado un estudio sobre los beneficios, en miles de euros, que ha obtenido en los últimos 10 años. La función a la que se ajustan dichos beneficios viene dada por $B(t) = 2t^3 - 36t^2 + 162t - 6$, con $0 \leq t \leq 10$.
a) (0'8 puntos) ¿Qué beneficios obtuvo al inicio del periodo ($t = 0$) y al final del décimo año ($t = 10$)?.
b) (1'7 puntos) ¿En qué momentos se obtiene el máximo y el mínimo beneficio y cuáles son sus cuantías?

**EJERCICIO 2 (B)**

Sea la función $f(x) = -x^2 + px + q$.
a) (1'5 puntos) Calcule los valores que deben tener p y q para que la gráfica de la función f pase por el punto $(-4,-5)$ y presente un máximo en el punto de abscisa $x = -1$. Determine el valor de $f(x)$ en ese punto.
b) (1 punto) Represente la grafica de f para $p = 2$ y $q = -1$ y halle la ecuación de la recta tangente a esta gráfica en el punto de abscisa $x = -2$.

## Aragón. Septiembre.

**2.** *(3,5 puntos)*

**a)** *(2 puntos) Dada la función:*

$$f(x) = \frac{x^2+4}{x}$$

Encontrar los extremos absolutos de $f$ en el intervalo $x \in [1,5]$.

**b)** *(1,5 puntos)* Calcular:

$$\int_1^4 (2 - e^{3x})dx$$

**2.** *(3,5 puntos)*

**a)** *(2 puntos)* Dada la función:

$$f = xy$$

definida para $x \in (0,9)$, y $\in (0,3)$, encontrar el punto $(x, y)$ que maximiza $f$ sujeto a la restricción $x + y^2 = 9$.

**b)** *(1,5 puntos)* Calcular:

$$\int_1^2 \left(7x^2 + \frac{3}{x}\right)dx$$

## Aragón. Junio.

**2.** *(3,5 puntos)*

**a)** *(2 puntos)* Dada la función:

$$f = x^2 y$$

definida para $x \geq 0$, $y \geq 0$, encontrar el punto $(x, y)$ que maximiza $f$ sujeto a la restricción $x + y = 36$.

**b)** *(1,5 puntos)* Calcular:

$$\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{4x^2+6x} - 2x\right)$$

**2.** *(3,5 puntos)* Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2-16}{x-5}$$

Calcular:

**a)** *(0,5 puntos)* Dominio de $f$.

**b)** *(1 punto)* ¿Para qué valores de $x$ es la función positiva?

**c)** *(0,75 puntos)* Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.

**d)** *(1,25 puntos)* Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

# PAU 2013

## Andalucía. Modelo 1.

EJERCICIO 2

Consideremos la función $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x - 5 & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ -2x + 11 & \text{si } 4 < x \leq 5 \end{cases}$

a) (1 punto) Estudie la derivabilidad de la función f(x) en el punto de abscisa $x = 4$.
b) (1'5 puntos) Represente gráficamente la función f(x) e indique dónde alcanza su máximo y su mínimo absolutos. ¿Cuál es el valor del máximo? ¿Y del mínimo?

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = x^3/3 + x^2/2 - 2x + 3$.

a) (1 punto) Determine sus máximos y mínimos relativos.
b) (1 punto) Consideremos la función $g(x) = f'(x)$. Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $g(x)$, en el punto de abscisa $x = 2$.
c) (0.5 puntos) Dibuje la gráfica de $g(x)$ y de la recta tangente calculada en b).

## Andalucía. Modelo 2. Septiembre.

**EJERCICIO 2 (A)**

En una empresa el número de montajes diarios realizados por un trabajador depende de los días trabajados según la función $M(t) = \dfrac{11t + 17}{2t + 12}$, $t \geq 1$, donde t es el número de días trabajados.

a) (0'5 puntos) ¿Cuántos montajes realiza el primer día? ¿Cuántos días necesitará para realizar cinco montajes diarios?
b) (0'75 puntos) ¿Qué ocurrirá con el número de montajes diarios si trabajara indefinidamente?
c) (0'75 puntos) El dueño de la empresa cree que el número de montajes aumenta con los días de trabajo. Estudiando la función, justifique si es cierta dicha creencia.
d) (0'5 puntos) Dibuje la grafica de la función.

**EJERCICIO 2 (B)**

Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - bx + 1 & \text{si } x \leq 2 \\ 2x + a & \text{si } x > 2 \end{cases}$

a) (1'5 puntos) Determine los valores de a y b para que dicha función sea continua en $x = 2$ y, además, tenga un mínimo en $x = 1$.
b) (1 punto) Para $a = 2$ y $b = 6$, determine la ecuación de la recta tangente a la grafica de la función en el punto de abscisa $x = -2$.

## Andalucía. Modelo 3.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 12 & \text{si } x < -3 \\ -x + 3 & \text{si } -3 \leq x \leq 2 \\ x - 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

a) (1 punto) Estudie la continuidad y derivabilidad de f(x) en su dominio.
b) (1 punto) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
c) (0'5 puntos) Calcule los extremos relativos.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = x^3 - 24x^2 + 4x$.

a) (1'25 puntos) Halle los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión.

b) (0'75 puntos) Obtenga la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto de abscisa $x = -2$.

c) (0'5 puntos) En el punto de abscisa $x = 1$, ¿la función es creciente o decreciente?

## Andalucía. Modelo 4.

EJERCICIO 2

Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

a) (0'75 puntos) $f(x) = \dfrac{(x^2-5)^3}{3-x^2}$

b) (0'75 puntos) $g(x) = e^{7x}\cdot(x-5x^2)^2$.

c) (1 punto) $h(x) = \dfrac{x.\ln(1-x^2)}{x-3}$

EJERCICIO 2

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x^3-1 & \text{si} \quad x<1 \\ -x^2+4x-3 & \text{si} \quad x \geq 1 \end{cases}$.

a) (0'75 puntos) Determine el dominio y estudie la continuidad de la función.

b) (1 punto) Obtenga los extremos de la función.

c) (0'75 puntos) Estudie su curvatura.

## Andalucía. Modelo 5.

**EJERCICIO 2 (A)**

Estudie la derivabilidad de la función $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si} \quad x \leq 0 \\ 1 & \text{si} \quad 0 < x \leq 3 \\ -x^2+6x+2 & \text{si} \quad x > 3 \end{cases}$

**EJERCICIO 2 (B)**

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2-x} & \text{si} \quad x \leq 1 \\ x^2-6x+6 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$.

a) (1'5 puntos) Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función.

b) (1 punto) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto de abscisa $x = 0$.

## Andalucía. Modelo 6. Junio.

**EJERCICIO 2 (A)**

Los beneficios de una empresa en sus 8 años vienen dados, en millones de euros, por la función $B(t) = \dfrac{t^3}{4} - 3t^2 + 9t$, $\quad 0 \leq t \leq 8$; donde la variable t indica el tiempo transcurrido, en años, desde su fundación.

a) (1'5 puntos) Estudia la monotonía y los extremos de B(t).

b) (1 punto) Dibuje la gráfica de B(t) en el intervalo [0,8] y explique, a partir de ella la evolución de los beneficios de esta empresa en sus 8 años de existencia.

**EJERCICIO 2 (B)**
Sea f(x) una función cuya función derivada, f '(x), tiene por gráfica una parábola que corta al eje OX en los puntos (-1,0) y (5,0) y con vértice (2,-4)
a) (1 punto) Estudie razonadamente la monotonía de f(x).
b) (0'5 puntos) Determine las abscisas de los extremos relativos de la función f(x).
c) (1 punto) Halla la ecuación de la recta tangente a la grafica de f(x) en el punto de abscisa x = 2, sabiendo que f(2) = 5.

## Aragón. Septiembre

**2.** Tenemos que invertir en un fondo de inversión una cantidad de dinero mayor o igual que 1000 euros y menor o igual que 9000 euros. El beneficio $B$ que se obtiene depende de la cantidad invertida $x$ de la siguiente manera:

$$B(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } 1 \leq x < 4 \\ -x^2+10x-21 & \text{si } 4 \leq x \leq 9 \end{cases}$$

donde tanto $x$ como $B(x)$ están expresadas en miles de euros.

**a)** *(1 punto)* Estudiar la continuidad de la función $B$ en el intervalo $(1,9)$.

**b)** *(1 punto)* ¿Para qué valores de $x \in [1,9]$ el beneficio es positivo?

**c)** *(1,5 puntos)* Encontrar el máximo valor que alcanza el beneficio con $x \in [4,9]$.

**2. a)** *(2 puntos)* Encontrar los extremos absolutos de la función:

$$f(x) = -2x^2 + 12x - 16$$

en el intervalo $x \in [1,4]$

**b)** *(1,5 puntos)* Calcular:

$$\int_1^2 \left(\frac{4}{x} - 6x\right) dx$$

## Aragón. Junio.

**2. a)** *(2 puntos)* Disponemos de 15000 euros para la campaña de publicidad de un producto y los tenemos que invertir entre televisión y radio. Si llamamos x al dinero (en miles de euros) invertido en televisión e y al dinero (en miles de euros) invertido en radio, se estima que las ventas (en miles de unidades del producto) que haremos vendrán dadas por:

$$V = x^2y + 27y + 20$$

Determinar cuánto dinero tenemos que invertir en televisión y en radio para maximizar las ventas y cuál será el valor máximo de ventas que obtendremos.

**b)** *(1,5 puntos)* Calcular $\int_0^1 \frac{2}{(x+1)^2}\, dx$.

**2.** Dada la función $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$, determinar:

**a)** *(0,5 puntos)* Su dominio.

**b)** *(0,5 puntos)* Sus cortes con los ejes.

**c)** *(1,25 puntos)* Sus asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.

**d)** *(1,25 puntos)* Sus intervalos de crecimiento y decrecimiento

# PAU 2012

## Andalucía. Modelo 1.

EJERCICIO 2

De la función $f$ se sabe que su función derivada es $f'(x) = 3x^2 - 8x + 5$.

a) **(1'5 puntos)** Estudie la monotonía y la curvatura de $f$.

b) **(1 punto)** Sabiendo que la gráfica de $f$ pasa por el punto (1, 1), calcule la ecuación de la recta tangente en dicho punto.

EJERCICIO 2

a) **(1'25 puntos)** Dada la función $f(x) = 2x^2 + ax + b$, determine los valores de $a$ y $b$ sabiendo que su gráfica pasa por el punto (1, 3) y alcanza un extremo en $x = -2$.

b) **(1'25 puntos)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la función $g(x)=3x^2 - 2x + 1$, en el punto de abscisa $x = 1$.

## Andalucía. Modelo 2.

EJERCICIO 2

Se considera la función $f(x) = 1 - \dfrac{2}{x+2}$.

a) **(0'8 puntos)** Determine la monotonía y curvatura de la función.

b) **(0'8 puntos)** Calcule sus asíntotas.

c) **(0'9 puntos)** Represéntela gráficamente.

EJERCICIO 2

Sea $P(t)$ el porcentaje de células, de un determinado tejido, afectadas por un cierto tipo de enfermedad transcurrido un tiempo $t$, medido en meses:

$$P(t) = \begin{cases} t^2 & \text{si } 0 \le t \le 5 \\ \dfrac{100t-250}{t+5} & \text{si } t > 5 \end{cases}.$$

a) **(0'5 puntos)** Estudie la continuidad de la función $P$.

b) **(0'75 puntos)** Estudie la derivabilidad de $P$ en $t = 5$.

c) **(0'75 puntos)** Estudie la monotonía de dicha función e interprete la evolución del porcentaje de células afectadas.

d) **(0'5 puntos)** ¿En algún momento el porcentaje de células afectadas podría valer 50?

## Andalucía. Modelo 3. Septiembre.

**EJERCICIO 2**

(2'5 puntos) Determine los valores que han de tomar a y b para que la función

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + ax - 7 & \text{si } x < 1 \\ 4x - b & \text{si } x \ge 1 \end{cases} \text{ sea derivable en R.}$$

**EJERCICIO 2**
En el mar hay una mancha producida por una erupción submarina. La superficie afectada, en $km^2$, viene dada por la función $f(x) = \dfrac{11t+20}{t+2}$ siendo t el tiempo transcurrido desde que empezamos a observarla.
a) (0'5 puntos) ¿Cuál es la superficie afectada inicialmente, cuando empezamos a medirla?
b) (1'25 puntos) Estudie si la mancha crece o decrece con el tiempo.
c) (0'75 puntos) ¿Tiene algún límite la extensión de la superficie de la mancha?

## Andalucía. Modelo 4. Junio.

**EJERCICIO 2 (A)**
a) (1'5 puntos) Sea la función $f(x) = \begin{cases} ax^2+3x & si \quad x \le 2 \\ x^2-bx-4 & si \quad x > 2 \end{cases}$
Determine los valores de a y b, para que la función f sea derivable en x = 2.
b) (1 punto) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $g(x) = \dfrac{x+2}{x-1}$, en el punto de abscisa x=0.

**EJERCICIO 2 (B)**
Se estima que el beneficio de una empresa, en millones de euros, para los próximos 10 años viene dado por la función $B(t) = \begin{cases} at-t^2 & si \quad 0 \le t \le 6 \\ 2t & si \quad 6 < t \le 10 \end{cases}$
a) (0'75 puntos) Calcule el valor del parámetro a para que B sea una función continua.
b) (1 punto) Para a = 8 represente su gráfica e indique en qué periodos de tiempo la función crecerá o decrecerá.
c) (0'75 puntos) Para a = 8 indique en qué momento se obtiene el máximo beneficio en los 6 primeros años y a cuanto asciende su valor.

## Andalucía. Modelo 5.

EJERCICIO 2
a) **(0'75 puntos)** Para la función *f* definida de la forma $f(x) = \dfrac{ax}{x+b}$, determine, razonadamente, los valores de *a* y *b* sabiendo que tiene como asíntota vertical la recta de ecuación x = -2 y como asíntota horizontal la de ecuación y = 3
b) **(1'75 puntos)** Para la función *g*, definida de la forma $g(x) = x^3 - 3x^2 + 2$, determine: su dominio, sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y extremos relativos. Con esos datos haga un esbozo de su gráfica.

EJERCICIO 2
Sea la función $f(x) = \begin{cases} ax^2-2x & si \quad x \le 2 \\ \dfrac{x}{2}-b & si \quad x > 2 \end{cases}$.
a) **(1'5 puntos)** Calcule *a* y *b* para que la función sea continua en todo su dominio y presente un mínimo en $x = 1$.
b) **(1 punto)** Represente gráficamente la función para $a = 1'5$ y $b = 0'5$.

## Andalucía. Modelo 6.

EJERCICIO 2
Sean dos funciones, *f* y *g*, tales que las expresiones de sus funciones derivadas son, respectivamente, $f'(x) = x + 2$ y $g'(x) = 2$.
a) **(1 punto)** Estudie la monotonía de las funciones *f* y *g*.
b) **(0'75 puntos)** De las dos funciones *f* y *g*, indique, razonadamente, cuál de ellas tiene algún punto en el que su derivada es nula.
c) **(0'75 puntos)** ¿Cuál de las funciones *f* y *g* es una función polinómica de primer grado? ¿Por qué?

EJERCICIO 2

Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

a) **(0'8 puntos)** $f(x) = e^{3x} \cdot \ln(2x-5)$.

b) **(0'8 puntos)** $g(x) = \dfrac{3^{2x}}{x^2-1}$.

c) **(0'9 puntos)** $h(x) = (3x^2+5x-1)^6 + x^2 - \ln(x)$.

## Aragón. Septiembre.

**2. a)** *(1 punto)* Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

**a1)** $f(x) = \sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$ **a2)** $g(x) = \dfrac{x^{3/2}}{(x+1)^3}$

**b)** *(0,5 puntos)* Calcular $\displaystyle\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,dx$.

**c)** Considerar la función $f(x) = \dfrac{x^3}{(x-1)^2}$.

**c1)** *(0,5 puntos)* Hallar el dominio de definición de f.
**c2)** *(1 punto)* Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f así como sus máximos y mínimos.
**c3)** *(0,5 puntos)* Hallar los puntos de inflexión de f.

**2. a)** *(1 punto)* Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

**a1)** $f(x) = \dfrac{1}{x} + 2\ln x - \dfrac{\ln x}{x}$ **a2)** $g(x) = \dfrac{e^x}{(x-1)^2}$.

**b)** *(0,5 puntos)* Calcular $\displaystyle\int_0^2 \left(4x^3 + e^{3x}\right) dx$.

**c)** Se ha realizado una encuesta a una determinada población con el fin de determinar el número de personas que utilizarían el sistema de autobuses si la tarifa admitiera distintos importes. Basándose en los resultados de las encuestas, los analistas de sistemas han determinado una función aproximada que expresa el número diario de pasajeros en función de la tarifa. La función demanda viene dada por $D(x) = \sqrt{10 + 3x - \dfrac{5}{4}x^2}$, donde x representa la tarifa en euros.

**c1)** *(1 punto)* ¿Qué tarifa habrá que aplicar para obtener el mayor número de pasajeros?

**c2)** *(1 punto)* Si la tarifa aplicada está entre 1 y 2 euros, ¿cómo es la variación en la afluencia de pasajeros? ¿Creciente, decreciente?

## Aragón. Junio.

**2. a)** *(1 punto)* Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

**a1)** $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-\ln x}}$ **a2)** $g(x) = \sqrt{\dfrac{1}{\sqrt{x}}}$

**b)** *(0,5 puntos)* Calcular $\displaystyle\int_0^1 x e^{5x^2}\,dx$.

**c)** Un fondo de inversión genera una rentabilidad que depende de la cantidad invertida según la fórmula $R(x) = \dfrac{\sqrt{x}-1}{5x}$, donde x representa la cantidad invertida en miles de euros.

**c1)** *(1 punto)* ¿Qué cantidad de dinero se debería de invertir para obtener el máximo rendimiento?

**c2)** *(1 punto)* ¿Es posible perder dinero con este fondo de inversión?

**2. a)** *(1 punto)* Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

**a1)** $f(x) = \ln\left(\dfrac{e^x + 1}{e^x - 1}\right)$ **a2)** $g(x) = e^{\sqrt{x(1-x)}}$.

**b)** *(0,5 puntos)* Calcular $\int_1^2 \left(x^2 - 5x + \dfrac{1}{x^2}\right) dx$.

**c)** Considerar la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-3}{(x-4)(x-5)} & \text{si } x \le 3 \\ \dfrac{x^2-2}{(x+1)(x-3)} & \text{si } x > 3 \end{cases}$

**c1)** *(0,75 puntos)* Estudiar la continuidad de $f(x)$ en $x = 3$.

**c2)** *(1,25 puntos)* Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ así como los máximos y mínimos si $x < 3$.